

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 19.12.2023

Большую часть своих усилий человек тратит на поиск наилучшего, то есть оптимального решения поставленной задачи. Задачи подобного рода носят общее название – экономические задачи на оптимизацию или экстремальные задачи.

Эти задачи тесно связаны с практической деятельностью человека. Как добиваться наиболее высокого жизненного уровня, наивысшей производительности труда, наименьших потерь, максимальной прибыли, минимальной затраты времени – так ставятся вопросы, над которыми приходится думать каждому члену общества.

Экстремальные задачи помогают ознакомиться с некоторыми идеями и прикладными методами курса математики, которые часто применяются в трудовой деятельности, в познании окружающей действительности.

Новый материал (конспект в тетрадь)

Тема: «Задачи на оптимальный выбор»

Задача 1. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 500 ц/га. Фермер может продать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свёклу – по цене 8000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

Решение:

Величина дохода фермера будет зависеть от того, как будет распределена площадь поля между картофелем и свёклой. Пусть x га, засажено картофелем на первом поле, тогда $(10 - x)$ га, засажены свеклой на первом поле. Полученная прибыль с первого поля, равна:

$$S(x) = x \cdot 500 \cdot 5000 + (10 - x) \cdot 300 \cdot 8000 = 24000000 + 100000x \text{ (руб.)}$$

Функция возрастающая, так как $k > 0$, значит, наибольшая доходность будет достигнута при наибольшем значении $x = 10$ га и прибыль с первого поля составит: $S(10) = 24000000 + 100000 \cdot 10 = 25000000$ рублей.

Обозначим через y - количество гектар, засажены картофелем на втором поле, а $(10 - y)$ - количество гектар, засажены свеклой на втором поле. Прибыль со второго поля составит:

$$S(y) = 300 \cdot 5000 \cdot y + (10 - y) \cdot 500 \cdot 8000 = 40000000 - 2500000y \text{ (руб.)}$$

Функция убывающая, так как $k < 0$, значит, наибольшая доходность будет достигнута при наименьшем значении $x = 0$ га и прибыль с первого поля составит: $S(10) = 40000000$ рублей.

Таким образом, максимальная прибыль с обоих полей, равна: $S = 25000000 + 40000 = 65000000$ рублей, что составляет 65 млн. рублей.

Ответ: 65 млн. рублей.

Задача 2. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

Решение:

Пусть y - число номеров «люкс», а x - число стандартных номеров и $S = 981$ м². Тогда должно соблюдаться неравенство: $27x + 45y = 981$

Выразим число обычных номеров, то есть

$$x = 981 - 45y, \quad x = \frac{981 - 45y}{27} = 36 + \frac{9 - 45y}{27} = 36 + \frac{1 - 5y}{3}$$

Найдем решение этого уравнения подбором, где $x, y \in \mathbb{N}$

$$\text{Если } y = 2, \text{ то } x = 33 \qquad y = 14, \text{ то } x = 15$$

$$y = 5, \text{ то } x = 28 \qquad y = 17, \text{ то } x = 8$$

$$y = 11, \text{ то } x = 18 \qquad y = 20, \text{ то } x = 3$$

$$f(x, y) = 2000x + 4000y.$$

Очевидно, что максимальная прибыль будет при максимальном числе номеров «люкс», поэтому выбираем $y = 20, x = 3$.

Тогда в сутки предприниматель получит:

$$4000 \cdot 20 + 2000 \cdot 3 = 80000 + 6000 = 86000 \text{ рублей.}$$

Проверим оставшиеся варианты

$$2 \cdot 4000 + 33 \cdot 2000 = 74000 \text{ рублей}$$

$$5 \cdot 4000 + 28 \cdot 2000 = 76000 \text{ рублей}$$

$$11 \cdot 4000 + 18 \cdot 2000 = 74000 \text{ рублей}$$

$$2 \cdot 4000 + 33 \cdot 2000 = 80000 \text{ рублей}$$

$$14 \cdot 4000 + 15 \cdot 2000 = 86000 \text{ рублей}$$

$$17 \cdot 4000 + 8 \cdot 2000 = 84000 \text{ рублей}$$

Ответ: 86000 рублей

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru